

NGUYÊN HÀM

TÍCH PHÂN

BÀI. NGUYÊN HÀM



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

A. $2e^{2x-1} + C.$

B. $e^{2x-1} + C.$

C. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C.$

D. $\frac{1}{2}e^x + C.$

Lời giải

Ta có: $\int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x-1} d(2x-1) = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$

Câu 3: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}.$

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

Lời giải

Ta có: $\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C.$

B. $6x + \cos x + C.$

C. $x^3 - \cos x + C.$

D. $6x - \cos x + C.$

Lời giải

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C.$

Câu 5: Nếu $\int f(x) dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx.$

B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C.$

C. $f(x) = 12x^2 + 2x.$

D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}.$

Lời giải

Có $f(x) = (4x^3 + x^2 + C)' = 12x^2 + 2x$.

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$. **B.** $\int 2^x dx = 2^x + C$. **C.** $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. **D.** $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$.

Lời giải

Do theo bảng nguyên hàm: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

A. $\ln x - \cos x + C$. **B.** $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$. **C.** $\ln|x| + \cos x + C$. **D.** $\ln|x| - \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \sin x \right) dx = \int \frac{1}{x} dx + \int \sin x dx = \ln|x| - \cos x + C$.

Câu 8: Hàm số $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $f(x) = 3x^2$. **B.** $f(x) = x^3$. **C.** $f(x) = x^2$. **D.** $f(x) = \frac{1}{4}x^4$.

Lời giải

Gọi $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Suy ra $F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = x^2$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{x^4 + 2}{x^2} dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = 2^x + x + 1$. Tìm $\int f(x) dx$.

A. $\int f(x) dx = 2^x + x^2 + x + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{x+1} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int (2^x + x + 1) dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$.

Câu 11: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

A. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

B. $-3^{-x} + C$

C. $3^{-x} \ln 3 + C$

D. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int 3^{-x} dx = -\int 3^{-x} d(-x) = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

A. $2e^x + \tan x + C$

B. $2e^x - \tan x + C$

C. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$

D. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$

Lời giải

Ta có: $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

$\int y dx = \int \left(2e^x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = 2e^x + \tan x + C.$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = 2x + 5\cos x + 3.$

B. $f(x) = 2x - 5\cos x + 15.$

C. $f(x) = 2x + 5\cos x + 5.$

D. $f(x) = 2x - 5\cos x + 10.$

Lời giải

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2 - 5\sin x) dx = 2x + 5\cos x + C.$

Mà $f(0) = 10$ nên $5 + C = 10 \Rightarrow C = 5.$

Vậy $f(x) = 2x + 5\cos x + 5.$

Câu 14: **Câu 2 (101-2023)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C.$

B. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C.$

C. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C.$

D. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C.$

Lời giải

Ta có $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{1}{\frac{1}{3}+1} x^{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ với $C \in \mathbb{R}.$

Câu 15: **Câu 2 (102-2023)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5 dx = 5x^4 + C.$

B. $\int x^5 dx = x^6 + C.$

C. $\int x^5 dx = \frac{1}{6} x^6 + C.$

D. $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + C.$

Lời giải

Ta có $\int x^5 dx = \frac{1}{6} x^6 + C$, với C là hằng số.

Câu 16: **Câu 4 (103-2023)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5 dx = \frac{1}{6} x^6 + C.$

B. $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + C.$

C. $\int x^5 dx = 5x^4 + C.$

D. $\int x^5 dx = x^6 + C.$

Lời giải

Câu 17: **Câu 13 (104-2023)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. B. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$. **C. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$.** D. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$.

Câu 18: Câu 4 (101-2023) Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$. **D. $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.**

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (\cos x - x) dx = \sin x - \frac{1}{2} x^2 + C$ với $C \in \mathbb{R}$.

Câu 19: Câu 6 (104-2023) Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. **B. $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.**
C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

$\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 20: (MĐ 101-2022) Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = -\cos x$. **C. $f(x) = \sin x$.** D. $f(x) = \cos x$.

Lời giải

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$. Vậy $f(x) = \sin x$.

Câu 21: (MĐ 101-2022) Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 22: (MĐ 102-2022) Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + C$. **D. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.**

Lời giải

Có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 23: (MĐ 103-2022) Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int e^x dx = xe^x + C$. B. $\int e^x dx = e^{x+1} + C$. C. $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. **D. $\int e^x dx = e^x + C$.**

Lời giải

Ta có: $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 24: (MĐ 103-2022) Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_1(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $f_2(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = (\cot x)' = \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 25: (MĐ 103-2022) Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$. B. $\int f(x) dx = x + 2e^{2x} + C$.
C. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$. D. $\int f(x) dx = x + e^{2x} + C$.

Lời giải

Áp dụng bảng nguyên hàm ta có $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Câu 26: (MĐ 104-2022) Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ C. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ D. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

Lời giải

$$f(x) = [F(x)]' = (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 27: (MĐ 104-2022) Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int e^x dx = e^x + C$. B. $\int e^x dx = xe^x + C$.
C. $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. D. $\int e^x dx = e^{x+1} + C$.

Lời giải

Câu 28: (MĐ 104-2022) Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$. B. $\int f(x) dx = x + 2e^{2x} + C$.
C. $\int f(x) dx = x + e^{2x} + C$. D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Lời giải

$$- \text{Ta có } \int (1 + e^{2x}) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

Câu 29: (TK 2020-2021) Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^3 - C.$

Lời giải

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int (3x^2 - 1)dx = x^3 - x + C.$

Câu 30: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + C.$

B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (x^2 + 4)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C.$

Câu 31: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C.$

B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x + C.$

D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C.$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C.$

Câu 32: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^2 + 3x + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C.$

C. $\int f(x)dx = x^3 + 3x + C.$

D. $\int f(x)dx = 2x + C.$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (x^2 + 3x)dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C.$

Câu 33: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-1} + C.$

B. $\int f(x)dx = e^x - x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x + x + C.$

D. $\int f(x)dx = e^x + C.$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + 1)dx = e^x + x + C$

Câu 34: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = x^3 + x + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + x + C.$

C. $\int f(x)dx = x^2 + x + C.$

D. $\int f(x)dx = 2x + C.$

Lời giải

$\int f(x)dx = \int (x^2 + 1)dx = \frac{x^3}{3} + x + C.$

Câu 35: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = e^x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x + 3x + C.$

B. $\int f(x)dx = e^x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^{x-3} + C$. D. $\int f(x)dx = e^x - 3x + C$.

Lời giải

Có $\int (e^x + 3)dx = e^x + 3x + C$.

Câu 36: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^4 - 3x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^4 + C$.

C. $\int f(x)dx = 4x^3 - 3x + C$.

D. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (4x^3 - 3)dx = x^4 - 3x + C$.

Câu 37: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $f(x) = 4 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -\sin x + C$.

B. $\int f(x)dx = 4x + \sin x + C$.

C. $\int f(x)dx = 4x - \sin x + C$.

D. $\int f(x)dx = 4x + \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (4 + \cos x)dx = 4x + \sin x + C$.

Câu 38: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $f(x) = 2 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + \sin x + C$.

B. $\int f(x)dx = 2x + \cos x + C$.

C. $\int f(x)dx = -\sin x + C$.

D. $\int f(x)dx = 2x - \sin x + C$.

Lời giải

$\int f(x)dx = \int (2 + \cos x)dx = 2x + \sin x + C$.

Ta chọn đáp án A.

Câu 39: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^4 - 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = 4x^3 - 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

D. $\int f(x)dx = x^4 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (4x^3 - 2)dx = x^4 - 2x + C$.

Câu 40: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $f(x) = 1 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -\sin x + C$.

B. $\int f(x)dx = x - \sin x + C$.

C. $\int f(x)dx = x + \cos x + C$.

D. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (1 + \cos x)dx = \int dx + \int \cos x dx = x + \sin x + C$.

Câu 41: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^4 - x + C$.

B. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

C. $\int f(x)dx = 4x^3 - x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^4 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = x^4 - x + C$.

Câu 42: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

B. $\int f(x)dx = 4x^3 - 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^4 - 4x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^4 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (4x^3 - 4)dx = x^4 - 4x + C$

Câu 43: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên

hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 27.

B. 29.

C. 12.

D. 33.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^{-1} f(x)dx + 2 \int_0^2 f(x)dx = F(-1) - F(0) + 2F(2) - 2F(0)$.

Do đó $I = F(-1) + 2F(2) - 3F(0) = F(-1) + 2F(2) - 6 \Rightarrow F(-1) + 2F(2) = I + 6$.

Mà $\int_0^{-1} f(x)dx = -\int_{-1}^0 (3x^2 + 4)dx = -5$ và $2 \int_0^2 f(x)dx = 2 \left(\int_0^1 (3x^2 + 4)dx + \int_1^2 (2x + 5)dx \right) = 26$.

Suy ra $I = 26 - 5 = 21$.

Vậy $F(-1) + 2F(2) = 21 + 6 = 27$.

Câu 44: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên

hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng:

A. 23.

B. 11.

C. 10.

D. 21.

Lời giải

Vì F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 2x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Ta có: $F(0) = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 5$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

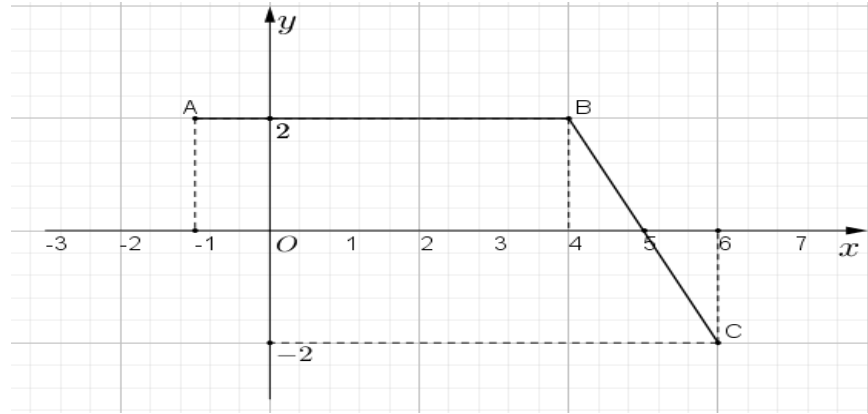
Do đó hàm số $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = F(1) \Leftrightarrow 5 = 4 + C_1 \Leftrightarrow C_1 = 1$.

Vậy $F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Ta có: $F(-1) + 2F(2) = -1 - 2 + 2 + 2(4 + 6 + 1) = 21$.

Câu 45: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$. Giá trị của $F(5) + F(6)$ bằng



A. 23.

B. 21

C. 25

D. 19

Lời giải

Xét hàm số $f(x)$ với $x \in [-1; 6]$; từ đồ thị hàm số ta có:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -1 \leq x \leq 4 \\ -2x + 10 & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } F(x) = \begin{cases} 2x + C_1 & -1 \leq x \leq 4 \\ -x^2 + 10x + C_2 & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 4$ nên hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 4$, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} F(x) = F(4) \text{ suy ra: } 8 + C_1 = 24 + C_2$$

$$\text{Mặt khác: } F(-1) = -1 \Rightarrow C_1 - 2 = -1 \Rightarrow C_1 = 1$$

$$\text{Từ } 8 + C_1 = 24 + C_2 \text{ ta có: } C_2 = -15$$

$$\text{Vậy: } F(x) = \begin{cases} 2x + 1 & -1 \leq x \leq 4 \\ -x^2 + 10x - 15 & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } F(5) + F(6) = 19.$$

Câu 46: (Mã 101 - 2020 Lần 1) $\int x^2 dx$ bằng

A. $2x + C$.

B. $\frac{1}{3}x^3 + C$.

C. $x^3 + C$.

D. $3x^3 + C$

Lời giải

Câu 47: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$.

B. $3x^2 + C$.

C. $x^4 + C$.

D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$$

Câu 48: (Mã 103 - 2020 Lần 1) $\int x^4 dx$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $x^5 + C$

D. $5x^5 + C$

Lời giải

$$\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C.$$

Câu 49: (Mã 104 - 2020 Lần 1) $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C$.

B. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

C. $x^6 + C$.

D. $6x^6 + C$.

Lời giải

Câu 50: (Mã 101- 2020 Lần 2) $\int 5x^4 dx$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$.

B. $x^5 + C$.

C. $5x^5 + C$.

D. $20x^3 + C$.

Lời giải

Ta có $\int 5x^4 dx = x^5 + C$.

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 2) $\int 6x^5 dx$ bằng

A. $6x^6 + C$.

B. $x^6 + C$.

C. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

D. $30x^4 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int 6x^5 dx = x^6 + C$.

Câu 52: (Mã 103 - 2020 Lần 2) $\int 3x^2 dx$ bằng

A. $3x^3 + C$.

B. $6x + C$.

C. $\frac{1}{3}x^3 + C$.

D. $x^3 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int 3x^2 dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + C = x^3 + C$

Câu 53: (Mã 104 - 2020 Lần 2) $\int 4x^3 dx$ bằng

A. $4x^4 + C$.

B. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

C. $12x^2 + C$.

D. $x^4 + C$.

Lời giải

Ta có $\int 4x^3 dx = x^4 + C$.

Câu 54: (Mã 103 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $x^4 + x^2 + C$

C. $x^5 + x^3 + C$.

D. $4x^3 + 2x + C$

Lời giải

$\int f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 55: (Mã 104 - 2019) Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A. $x^2 + C$.

B. $2x^2 + C$.

C. $2x^2 + 4x + C$.

D. $x^2 + 4x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x + 4) dx = x^2 + 4x + C$.

Câu 56: (Mã 102 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

A. $x^2 + C$.

B. $x^2 + 6x + C$.

C. $2x^2 + C$.

D. $2x^2 + 6x + C$.

Lời giải

$\int (2x + 6) dx = x^2 + 6x + C$

Câu 57: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A.** $\sin x + 3x^2 + C$. **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$. **C.** $\sin x + 6x^2 + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C$.

Câu 58: (Mã 105 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

- A.** $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ **B.** $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$
C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ **D.** $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Lời giải

Câu 59: (Mã 101 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A.** $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ **B.** $3x^2 + 1 + C$ **C.** $x^3 + x + C$ **D.** $x^4 + x^2 + C$

Lời giải

$\int (x^3 + x^2) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 60: (Mã 103 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

- A.** $x^2 + 3x + C$. **B.** $2x^2 + 3x + C$. **C.** $x^2 + C$. **D.** $2x^2 + C$.

Lời giải

Ta có $\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$.

Câu 61: (Đề Tham Khảo 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

- A.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.

Lời giải

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Câu 62: (Mã 104 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A.** $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ **B.** $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$
C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ **D.** $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$, ($0 < a \neq 1$) ta được đáp án B

Câu 63: (Đề Tham Khảo 2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A.** $x^3 + C$ **B.** $\frac{x^3}{3} + x + C$ **C.** $6x + C$ **D.** $x^3 + x + C$

Lời giải

$$\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C.$$

Câu 64: (Mã 105 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$.
Tìm $F(x)$.

- A.** $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ **B.** $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$
C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ **D.** $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có $F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$

Theo bài ra ta có: $F(0) = 1 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$.

Câu 65: (Mã 104 2017) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- A.** $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$ **B.** $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$
C. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$ **D.** $F(x) = \cos x - \sin x + 3$

Lời giải

Có $F(x) = \int f(x) dx = \int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C$

Do $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} + C = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = -\cos x + \sin x + 1$.

Câu 66: (Mã 123 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$ **B.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$
C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$ **D.** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

Lời giải

Ta có $f(x) = \int (3 - 5\sin x) dx = 3x + 5\cos x + C$

Theo giả thiết $f(0) = 10$ nên $5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$.

Vậy $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$.

Câu 67: Hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số.

- A.** $f(x) = -2\cos x - 3\sin x$ **B.** $f(x) = -2\cos x + 3\sin x$
C. $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$ **D.** $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$

Lời giải

Ta có $(F(x))' = (2\sin x - 3\cos x)' = 2\cos x + 3\sin x$.

Vậy hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$.

Câu 68: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

- A.** $20x^3 - 12x + C$ **B.** $x^5 - 2x^3 + x + C$

C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$.

D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$.

Lời giải

Ta có

Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

$$\begin{aligned}\int f(x)dx &= \int (5x^4 - 6x^2 + 1)dx \\ &= \int (5x^4)dx - \int (6x^2)dx + \int (1)dx \\ &= 5\int (x^4)dx - 6\int (x^2)dx + \int (1)dx \\ &= 5 \cdot \frac{x^{4+1}}{4+1} - 6 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} + x + C = x^5 - 2x^3 + x + C \text{ (với hằng số } C \text{)}.\end{aligned}$$

Câu 69: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x + 5$, biết $F(1) = 0$.

A. $F(x) = 2x^2 + 5x - 7$. B. $F(x) = 2x^2 + 5x$.

C. $F(x) = 2x^2 + 5x + 7$. D. $F(x) = 2x^2 + 5x - 3$.

Lời giải

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (4x + 5)dx = 2x^2 + 5x + C \text{ (Với } C \text{ là một hằng số)}.$$

$$\text{Có } F(1) = 7 + C = 0 \Leftrightarrow C = -7.$$

$$\text{Vậy } F(x) = 2x^2 + 5x - 7.$$

Câu 70: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(3x + 2)$, biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = x^3 + x^2 + 1$. B. $F(x) = x^3 - x^2 + 1$.

C. $F(x) = x^3 + x^2$. D. $F(x) = x^3 + x^2 - 1$.

Lời giải

$$F(x) = \int f(x)dx = \int x(3x + 2)dx = \int (3x^2 + 2x)dx = x^3 + x^2 + C \text{ (Với } C \text{ là một hằng số)}.$$

$$\text{Có } F(0) = C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^3 + x^2 + 1.$$

Câu 71: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 4}{x}$ là

A. $\int f(x)dx = 3x^2 + 2x - 4\ln|x| + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 4\ln|x| + C$.

C. $\int f(x)dx = 6x^2 + 2x - 4\ln|x| + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^2 + 2x + 4\ln|x| + C$.

Lời giải

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 4}{x} = 3x + 2 - \frac{4}{x}$$

$$\text{Do đó } \int f(x)dx = \int \left(3x + 2 - \frac{4}{x}\right)dx = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 4\ln|x| + C$$

Câu 72: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} - 1$ trên $(0; +\infty)$.

- A. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. B. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - x$.
 C. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} - x + 1$. **D. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + 2$.**

Lời giải

Ta có : $\int (\sqrt{x} - 1) dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + C$.

Câu 73: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ là

- A. $1 - x^2 + \frac{\sqrt{x}}{2} + C$. B. $x - x^2 - \sqrt{x} + C$. **C. $x - x^2 + \sqrt{x} + C$.** D. $1 - x^2 + \sqrt{x} + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx = x - x^2 + \sqrt{x} + C$.

Câu 74: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ là:

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$.

Lời giải

Ta có $\int -\sqrt[3]{x} dx = \int -x^{\frac{1}{3}} dx = -\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$

Câu 75: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{x^3}$ là:

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C$. **B. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - \frac{x^{-2}}{2} + C$.**
 C. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} + 2x^{-2} + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{\sqrt{x}+1}{x^3} dx = \int \left(x^{-\frac{5}{2}} + x^{-3} \right) dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - \frac{x^{-2}}{2} + C$.

Câu 76: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$ là:

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}} + C$. **B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{1}{2}} + C$.**
 C. $\int f(x) dx = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{1}{2}} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{x+2}{\sqrt{x}} dx = \int \left(x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{1}{2}} + C$.

Câu 77: Hàm số $F(x) = \ln x$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

B. $f(x) = \frac{1}{x}$.

C. $f(x) = \ln x$.

D. $f(x) = \frac{-1}{x}$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x} = f(x)$.

Câu 78: (MĐ 101-2022) Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Lời giải

Ta có

$$d(2x) = (2x)' dx = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} d(2x)$$

$$\int f(x) dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 2x}\right) dx = \int 1 dx - \int \frac{1}{\cos^2 2x} \frac{1}{2} d(2x) = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$$

Câu 79: (TK 2020-2021) Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Lời giải

Ta có:

$$d(2x) = (2x)' dx = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} d(2x)$$

$$\int \cos(2x) dx = \int \cos(2x) \frac{1}{2} d(2x) = \frac{1}{2} \sin(2x) + C$$

Câu 80: (Đề Minh Họa 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) \\ &= \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C \end{aligned}$$

Câu 81: (Mã 110 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$

Lời giải

Ta có:

$$d(5x-2) = (5x-2)' dx = 5dx \Rightarrow dx = \frac{1}{5} d(5x-2)$$

$$\int \frac{dx}{5x-2} = \int \frac{1}{5x-2} \cdot \frac{1}{5} d(5x-2) = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$$

Câu 82: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$

B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Lời giải

Ta có: $\int \cos 3x dx = \int \frac{1}{3} \cos 3x d(3x) = \frac{1}{3} \int \cos 3x d(3x) = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

Câu 83: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần.

Gọi $h(t)$ là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Ta có

A. $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3}$. **B.** $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5$.

C. $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 15$ **D.** $h(t) = \frac{-t^4}{10} + \frac{t^3}{3} + 5$.

Lời giải

Ta có: $\int (-0,1t^3 + t^2) dt = \int (-0,1t^3) dt + \int t^2 dt = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$.

Do $h(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$ nên $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm nên $h(0) = 5$, suy ra $C = 5$.

Vậy $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5$.

Câu 84: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{2000}{1+2t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Ký hiệu L là số lượng vi trùng sau 10 ngày. Tìm L .

A. $L = 303044$.

B. $L = 306089$.

C. $L = 300761$.

D. $L = 301522$.

Lời giải

Ta có $N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{2000}{1+2t} dt = 1000 \ln|1+2t| + C$.

$N(0) = 300000$

⇒ $1000 \ln|1| + C = 300000$

⇒ $C = 300000$

⇒ $N(t) = 1000 \ln|1+2t| + 300000$

⇒ $N(10) = 1000 \ln|1+2 \cdot 10| + 300000 \gg 303044$.

- Câu 85:** Một quần thể virus Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t) = \frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virus Corona P ban đầu có số lượng là 1000 con. Số lượng virus Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?
- A. 16000. B. 21750. C. 12750. D. 11750.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(t) = \int P'(t) dt = \int \frac{5000}{1+0,2t} dt = 5000 \cdot \frac{1}{0,2} \ln(1+0,2t) + C = 25000 \cdot \ln(1+0,2t) + C.$$

$$P(0) = 1000 \Leftrightarrow C = 1000.$$

Vậy biểu thức tính số lượng virus Corona với thời gian t bất kỳ là $P(t) = 25000 \cdot \ln(1+0,2t) + 1000$.

$$\text{Với } t = 3 \text{ giờ ta có } P(3) = 25000 \cdot \ln(1+0,2 \cdot 3) + 1000 \approx 12750,09.$$

Vậy số lượng virus khi $t = 3$ giờ khoảng 12750 con.

- Câu 86:** Một vật chuyển động với gia tốc phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Biết tại thời điểm $t = 0$ thì vận tốc và quãng đường đi được của vật đều bằng 0, công thức tính quãng đường đi được của vật đó theo thời gian là

A. $s(t) = \frac{1}{4} \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}t - \frac{\sqrt{3}}{8}$. B. $s(t) = -\frac{1}{4} \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{4}t + \frac{\sqrt{3}}{8}$.

C. $s(t) = -\frac{1}{4} \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{8}$. D. $s(t) = -\frac{1}{4} \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}t + \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Ta có vận tốc của vật tại thời điểm t là:

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) dt = -\frac{1}{2} \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + C.$$

$$v(0) = 0 \Leftrightarrow C = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{1}{2} \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow s(t) = \int \left(-\frac{1}{2} \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}\right) dt = -\frac{1}{4} \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}t + D.$$

$$s(0) = 0 \Leftrightarrow D = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Vậy } s(t) = -\frac{1}{4} \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}t + \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

- Câu 87:** Một vật đang chuyển động đều với gia tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. 27m. B. 72m. C. 69,75m. D. 24,75m.

Lời giải

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + C$.

Mà $v(0) = 15 \Rightarrow C = 15$.

Khi đó $v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15$.

$S(t) = \int \left(\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15 \right) dt = \frac{t^4}{12} + \frac{2t^3}{3} + 15t + C_1$, coi $S(0) = \frac{0^4}{12} + \frac{2 \cdot 0^3}{3} + 15 \cdot 0 + C_1 = 0 \Leftrightarrow C_1 = 0$

Vậy $S(3) = 69,75m$.

Câu 88: Theo nghiên cứu thị trường, sau t năm từ năm đầu tiên vốn đầu tư của một doanh nghiệp phát sinh lợi nhuận với tốc độ được tính xấp xỉ bởi công thức $P'(t) = 125 + t^2$ (triệu đồng/năm). Lợi nhuận của doanh nghiệp được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $P(t) = 125t + \frac{t^3}{3}$. **B.** $P(t) = 125t + t^3$. **C.** $P(t) = 125 + t^3$. **D.** $P(t) = 125t + 2t^3$.

Lời giải

Lợi nhuận phát sinh của vốn sau t năm từ năm đầu tiên là $P(t) = \int P'(t) dt = 125t + \frac{t^3}{3} + C$.

Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ thì $P(t) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Vậy $P(t) = 125t + \frac{t^3}{3}$.

Câu 89: Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện A đã xả lũ trong khoảng 35 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $f(t) = 20t + 450$ (m^3/s). Sau thời gian xả lũ trên thì hồ nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là:

A. $4504500(m^3)$. **B.** $45045000(m^3)$. **C.** $280000(m^3)$. **D.** $28000(m^3)$.

Lời giải

Lượng nước của hồ chứa đã thoát đi sau thời gian t giây là: $F(t) = \int f(t) dt = 10t^2 + 450t + C$.

Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ thì $F(t) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Suy ra $F(t) = 10t^2 + 450t$ (m^3).

Lại có 35 phút tương đương 2100 giây, do đó sau thời gian xả lũ trên thì hồ nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là:

$F(2100) = 10 \cdot 2100^2 + 450 \cdot 2100 = 45045000(m^3)$